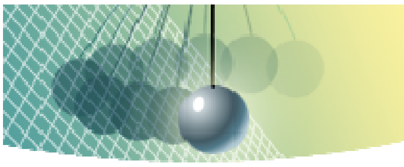


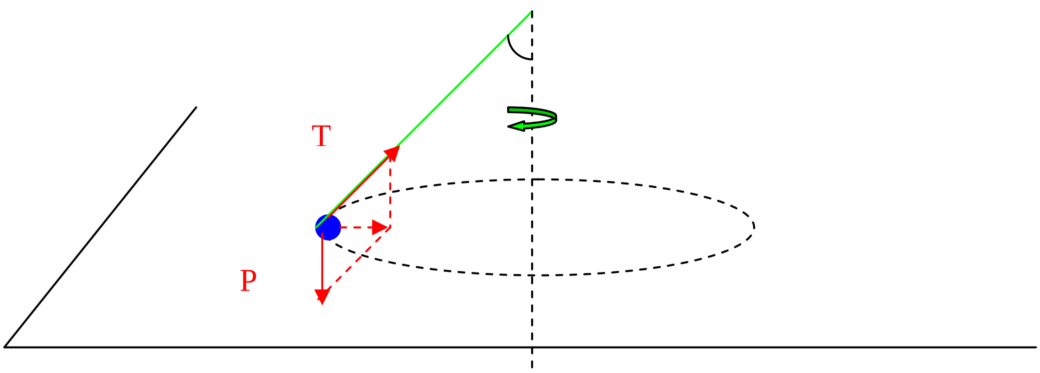
EL PÉNDULO CÓNICO

Una masa de 2 Kg está colgada del techo mediante una cuerda de 1 m de longitud, y gira en circunferencias horizontales (péndulo cónico) con un radio de 30 cm. Siendo g = 9´8 N/Kg se pide:

a) Las fuerzas que actúan sobre "m" así como su resultante.
b) La tensión de la cuerda.
c) Velocidad angular con la que gira y frecuencia de dicho movimiento.
d) Si la velocidad angular se hace el doble ¿ qué ángulo forma la cuerda con la vertical y cuál es ahora su tensión?
e) El momento angular o cinético de "m" con respecto al centro de la circunferencia descrita en ambos casos.

Cuando una masa ligada a una cuerda o hilo, describe circunferencias en el plano horizontal diremos que se trata de un "péndulo cónico". Es de suponer que, a medida que gire más rápidamente, el radio de la circunferencia descrita irá aumentando, el plano de la circunferencia horizontal irá subiendo con lo que aumentará el ángulo del péndulo, y, la tensión del hilo también irá aumentando.

a) Las fuerzas que actúan sobre "m" son: el peso P, y la tensión de la cuerda T. Ambas fuerzas deben dar una resultante dirigida hacia el centro de la circunferencia que llamaremos resultante centrípeta F_c.

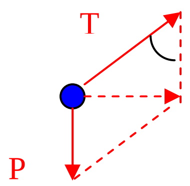


$\vec{P} + \vec{T} = \vec{F}_c$ ¡ Cuidado, es una suma de vectores!

Como vemos, en el dibujo, el ángulo del péndulo cónico vendrá dado por:

$$sen\alpha = \frac{R}{L} = \frac{0´30}{1} = 0.30$$ de donde $\alpha = 17´46^{o}$

El paralelogramo de la suma de vectores P y T permanece el mismo durante todo el giro por lo que podremos establecer las relaciones que proponemos a continuación. No establecemos un sistema de coordenadas xy para resolver la suma de vectores, porque dicho sistema debe estar girando con la masa "m" por lo que no sería un sistema inercial de referencia.



b) La tensión de la cuerda, la calcularemos teniendo en cuenta que en el paralelogramo en el que sumamos T y P, el ángulo del vértice superior es igual al ángulo del péndulo cónico con lo cual, podemos establecer.

$$\cos\alpha = \frac{P}{T}$$ de donde $$T = \frac{P}{\cos\alpha} = \frac{2.9´8}{\cos 17´46} = 20´54 N$$

c) Para averiguar la velocidad angular con la que gira debemos calcular la fuerza resultante sobre "m", es decir, la fuerza centrípeta. Para ello, volviendo de nuevo al dibujo con la suma de vectores en el paralelogramo, podemos establecer:

$$tg\alpha = \frac{F_c}{P}$$ así pues F_c= P . tg α = 19´6 . 0´3145=6´16 N

Como F_c= m w^2 R 6´16= 2 w^2 0´3 w = 3´2 rad/s

Siendo el período de 1´96 s y la frecuencia de 0´51 Hz.

d) Si la velocidad angular se hace el doble, el ángulo del péndulo cónico debe aumentar, el plano de la circunferencia descrita también y, sobre todo, la tensión de la cuerda debe hacerse mucho mayor, tanto que, en ocasiones puede llegar a romperse.

Ahora la velocidad angular será w´=6´4 rad/s

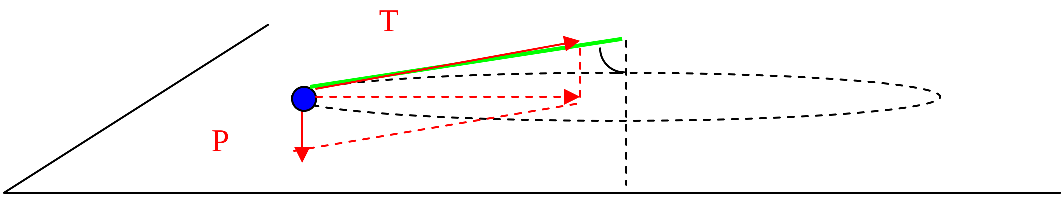
Teniendo en cuenta las expresiones obtenidas anteriormente, razonando sobre el paralelogramo que supone la suma de P y T, podemos establecer:

$$tg\alpha' = \frac{F'_c}{P} \qquad \frac{sen\alpha'}{\cos\alpha'} = \frac{mw'^2R'}{mg} = \frac{mw'^2Lsen\alpha}{mg}$$

de donde $\cos\alpha' = \frac{g}{w'^2L}$ cos α´ = 0´2392 α´= 76´15º

Luego la tensión será

$$T' = \frac{P}{\cos\alpha'} = \frac{2.9´8}{\cos 76´15} = 81´9N$$



f) El momento angular o cinético de la masa "m" con respecto al centro de la circunferencia será, en cada caso:

$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$ como r (vector que va desde el centro de la circunferencia a la masa) y v son siempre perpendiculares, los valores en cada caso serán:

Primer caso:

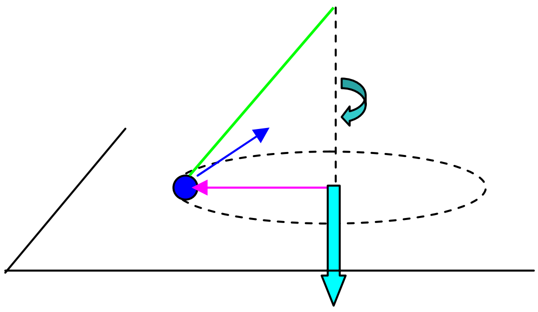
r = 0´30 m v= w.r = 3´2 .0´3 =0´96 m/s L = r m v sen 90

L = 0´3 . 2 . 0´96 = 0´576 Kg . m^2. s^{-1}

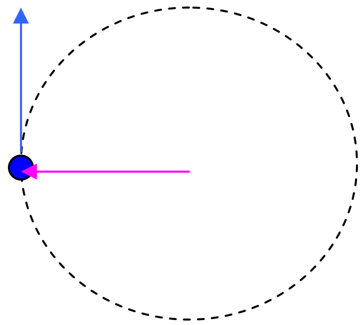
En el segundo caso:

r´ =0´97 m v´=w´. r´=6´4 .0´97 = 6´2 m/s

L´=0´97 . 2 . 6´2 = 12 kg . m$^{2.}$. s^{-1}



Vista del vector L perpendicular
Al plano de la trayectoria



Vista del plano horizontal

En el correspondiente apartado de applet del problema, podremos considerar el movimiento del péndulo cónico, para distintos valores de masa así cómo de ángulo de dicho péndulo y viendo cómo aumenta la tensión y la velocidad angular a medida que aumenta el ángulo.